

眼の前の子どもたちの実情に合わせた 数学教育の創造を

吉田 陽一

はじめに

言わずもがなであるが、子どもたちは学年が進むに従い、その内面世界を広げてゆく。数学教育に於いては、最初に数を知った子供たちは順次、その世界を広げてゆき、それに伴う算法を拡大し、様々な量とその変化の規則を理解してゆく。そして個々人の数学観は深まってゆく。なかには、最初に学習した時点では理解できなかったことが、何年かしてから理解できるようになる子もいる。また、他の子どもたちよりほんの少し早く上っ面の答えを教育産業などを通して身につけてくる子もいる。そんな様々な子どもたちの集団を相手にするとき、教科書の内容を通り一遍に読み聞かせても授業にはならない。

また、どんな子にとっても数の世界が拡張されれば、それまでに身につけてきた算法の意味を捉え直す必要が出てくる。何がこれまでと一貫していて、何が変わったのかを理解しなければならない。例えば、割り算ひとつとっても分離量の割り算と連続量のそれとでは異なるし、負の数、無理数、虚数と進むに従いその意味を膨らましてゆく。そして微分へと進む中で、割り算としての連続性と不可逆性を理解しなければならない。

従来、この点に於いての指導が十分におこなわれず、ともすれば子ども任せになってしまう傾向がなかったとはいえない。

1 小学校の報告から

稚内の遠藤先生は、3年生に対して丁寧に2等辺三角形の作図法を指導するプランを示された。そのなかで、等辺の交わる点を頂点の1つとすることを発見させようとする意気込みを示された。

すてきなプランだったが、いくつか気になったことがあったので、触れておく。

- ・指導の流れとして、一般三角形の押さえが不十分なまま、特殊な三角形としての2等辺三角形の指導に進んでいるのではないか？
- ・2等辺3角形の性質を十分捉えないまま、その作図法へと進んでいるのではないか？

以上のことは、その後、次の学年で4角形の学習に進んだとき大切になる体験なので、気になった。

- ・指導の流れとは関係ないのだが、このくらいの学年の子どもたちが使うコンパスは頂点のねじが緩みやすく正確な作図が出来ないことも気になった。

以上、いくつか気になる点はあったが、子どもたちが意欲的に取り組んでゆくことが期待できるプランの報告だった。

北見の山本先生は、かけ算の実践について報告してくださった。残念ながら、山本先生はかけ算という算法の意味について混乱され、その本質の指導が十分行えていなかった。惜しいところであった。

かけ算というのは、ある寄せ集めの量があって、その寄せ集めの数がわかっているときに、寄せ集めの中身が均等分布しているなら、そのうちの1つ分の量を手がかりにして全体量を把握してしまうという計算である。

だから、テントウムシの点の数を数えるなどと言った自然物を用いた1当たり量探しは、同数累加そのものになってしまうので現代ではもう推奨されない。山本先生のそばには、そうした適切な助言者が存在しなかったために迷路に迷い込んでしまったようだ。申し訳ないことをしたと思う。

札幌の菊地先生は、前回の報告で1~9迄の整数の中から異なる4つの整数を選んで、四則演算と（ ）を用いて解が10になる式を創ろうという実践を前回報告された。その結果は、 ${}_9C_4=146$ として得られたが、今回は同様の条件のもとで他にも何か法則性が発見できないだろうかという作業に取り組んだ経過を報告された。結果は、そうした法則性は発見されないということであったが、整数論の世界で子どもたちが遊ぶ世界がこんなにあるということは、単に教科書教材を教えればそれでおしまいということではないことを示している。

子どもたちと共に数学の世界の幅広さ、奥行きの高さといったものを感じ取らせる授業をこそ今、我々は追求しなければならないのではないかと考えさせられた。何より、報告者はこの取り組みの中で、子どもたちの計算力が伸びると共に、計算を見くびらない・馬鹿にしない姿勢が生まれると言っている。どっかで盛んにおこなわれている100ます計算なるものとは大違いである。大体にして、100ます計算なるものは、縦横どちらかの数を暗記してそれに次々と他の数を組み入れてゆけば簡単なのである。それに気づかぬ子どもたちが、屈辱感を味わわされる代物である。そして教師は、何もしない。

2 中学校の報告から

釧路の山田先生は、教育に対する不当な圧力に屈することなく自己の信念に基づいて授業を構成している様子を報告してくれた。

小学校での拡大縮小を土台にして、辺の比から図形の相似比へと発展させた実践を淡々と報告された。更に、相似比を土台にして中点連結定理への証明へと発展する過程は、美しいものだった。

今後も、このように戦闘的に教材を開発してゆくことに期待したいと思う。

稚内の阿部先生は、方程式の有効性を子どもたちに理解させる実践を報告してくれた。その中で子どもたちに、筋道立てて考えることの意味を理解させるようにし、出来るだけ子ども自身に考えさせるようにしたとのことだった。

方程式というと関数の世界に入るので、そこに広がる広大な空間に気づくところまで教材を拡張してほしかったと思うのは、無い物ねだりであろうか？

授業自体は、和やかに進んだそうである。

赤平の大竹先生は、連立方程式の解き方について1つの提案をしてくれた。大竹先生が言うには、連立方程式の導入にあたってほとんどの教科書では、加減法から導入しているがそれは2つの未知数のうち、どちらか一方の係数が等しい場合には容易に解けるが、係数がそろっていない場合には解法が難しい。つまり、特殊な形から導入されているのではないか。それより

は、代入法を用いて一般から特殊へと進む方法もあるのではないか。今後、試行錯誤してみたいとのことであった。

3 高校の報告から

八雲の黒田先生は、スライドを用いてイギリスのアラン・チューリングの伝記を生徒たち自らに調べさせた実践を報告してくれた。数学はおろか音楽でも物理学でも文学や体育なども、現代の総力戦には動員される。その一環としてチューリングも動員されたことを生徒たちは知った。暗号解読器「エニグマ」によってイギリス国民を救ったチューリングに対するイギリス政府の冷遇ぶりも理解していった。総力戦に於いては、どれほどの貢献をしようとも、チューリング自身も一資源に過ぎなかったことに生徒たちの目が開かれていった様子が伝わる感動的な報告であった。

帯広の氏家先生からは、不定方程式の解について教科書とは異なるわかりやすい方法が報告された。氏家先生は、縦と横の長さが整数値である長方形の中を最大のものから順に正方形でしきつめ（削っ）てゆくと、必ず全てしきつめ（削られ）ることを体験させる。それを式で表し、ユークリッドの互除法を導入する。

そして、この互除法の筆算形式を工夫することにより、不定方程式の一般解が見つけやすくなるという。

札幌の清水先生からは、直前に控えている対数の公開授業についての意見が求められた。話し合いの中で、指数関数のめがねを導入しlogの意味を理解

させてはどうかといった意見も出ていた。その他、様々な意見の交換がおこなわれた。

岩見沢の渡邊先生は今回、フランスのリセ（高校）1年生の数学の教科書について報告してくれた。

その内容は、解析、幾何、確率統計と配されているそうであるが、今回はその中の解析について関数の導入の部分を紹介してくれた。

レポートを見ると、前学年までの復習から始まり、ゲーム、関数空間の種類と表し方、関数の定義、関数値、グラフ解法、電卓・パソコンを用いたグラフ読み取り、グラフによる不等式の解法、計算アルゴリズムの実行と並んでいる。視覚的にも、カラーを活用しグラフや図形を多用した洗練されたものであった。

報告者によると、残念ながらこの教科書には数学史に関する記述が1行も無いとのことであった。

旭川の佐々木先生は、ベクトルの加・減を扱うに際し、ベクトルの有効成分を点の移動として指導したとのことであった。そして、ベクトルの終点に始点が重なるように移動すると和が図示されるとした。

減法については教科書（東書）の説明通り逆ベクトルでおこなったとのことであった。そして、終点同士を結ぶと差が図示されることを示したとのことであった。

ベクトルの世界に慣れていない生徒にとっては、ベクトルの始点と終点の位置が捉えきれぬのかが、気になった。

札幌の成田先生は、自らが考える数列指導のプランを報告してくれた。その際、真っ先に留意したことは、数列ははじめからその和が問題とされることを意識できることであったそうである。その他いくつもの点に留意したそうであるが、ここでは略する。

その内容は、無限級数の和から出発し、続いて等比数列の和を幾何学的に表現する。次に等差数列と公差を取り上げ、等差数列の幾何学的表現をおこなう。そして、パズルを挟みながら、自然数の n 乗和 \rightarrow オイラーの微・積分 \rightarrow 漸化式（ハノイの塔 \Leftrightarrow フィボナッチ数列 \Leftrightarrow 3項間漸化式） \rightarrow 帰納法（高橋哲男さんのアイデアを活かして） \rightarrow 数学的帰納法都展開される。

短時間の発表・討論であったが場を変えてじっくりと検討されることが望まれるプランであった。

同じく札幌の真鍋先生からは、数学に親しむと言うことで教科書を用いずに1校時ごとにテーマを決めて授業をおこなった様子が報告された。

今回は、その中の合同式による不定方程式の解法について、ペットボトルクイズ、一刀切りの3つが紹介された。この3つも面白いが、授業記録を見るとテーマはとても多岐にわたっている。これだけの多岐にわたって数学の世界に触れると、生徒たちも授業の中に喜びを多々見いだしていったであろうことが想像される報告であった。

おわりに

今、我が国は保護者間の収入格差が、子どもたちの間の学力差に直結するという悲惨な状況に直面している。そのことは、子どもたちに負の連鎖を強

い、低所得者の子どもたちが貧困から抜け出すことを非常に困難にしている。

それは、保護者の責任でもないし、いわんや子どもたちの責任ではない。格差社会の拡大に猛進する今の政府の責任である。翻って私たちは、教育者である。その立場から、平和と民主主義の擁護のために努力すると共に、本来の職務である教育の仕事を通して子どもたちに機会の均等を保証してゆく責務がある。

そのためには、学年を逐うごとに広がる子どもたちの数学観に対応し、たとえ過去に履修済みであっても今の彼らが理解できる演算の意味を明示し、その理解を図りながら、新たな数学の世界に導いてゆくことが大切であると考える。そのような研究が今後深められてゆくことを期待したい。